

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

GỢI Ý HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

MÔN TOÁN – KHỐI 12

NỘI DUNG	
Tên bài học chủ đề :	<u>Giải tích 12</u> : Chuyên đề : Số phức – Phương trình bậc hai hệ số thực <u>Hình học 12</u> : Chuyên đề : Phương trình đường thẳng
<u>Hoạt động 1</u> : Đọc tài liệu và thực hiện các yêu cầu	<u>1. Tài liệu tham khảo</u> : - Sách giáo khoa Giải tích 12 (bản chuẩn). - Sách giáo khoa Hình học 12 (bản chuẩn). - Các video có liên quan đến bài học trên Youtube (HS có thể tự do xem các video phù hợp với khả năng tiếp thu của mình khi có điều kiện). <u>2. Yêu cầu</u> : - Học sinh xem lại hướng dẫn và thực hiện các bài tập rèn luyện. (Phụ lục 1) - Trong quá thực hiện, nếu thắc mắc học sinh điền vào Phiếu tổng hợp thắc mắc (Phụ lục 2 - Đính kèm) và sớm liên hệ với giáo viên để được kịp thời giải đáp.
<u>Hoạt động 2</u> : Kiểm tra, đánh giá quá trình tự học	- Theo dõi hướng dẫn sửa bài của GV trong các tiết học và tự sửa chữa ghi chú các phần mình còn sai sót. - Sửa vào tập đầy đủ và chụp ảnh gửi lại (theo yêu cầu GV).

PHỤ LỤC 1

Chuyên đề : SỐ PHỨC

I. Định nghĩa số phức:

1. Đơn vị ảo : $i^2 = -1$

2. Định nghĩa số phức : Số phức là biểu thức có dạng $a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và i là đơn vị ảo.

a gọi là phần thực và b gọi là phần ảo của số phức $z = a+bi$.

Tập hợp các số phức có kí hiệu là $\mathbb{C}$.

Chú ý :

- Số phức $z = a+0i$ có phần ảo bằng 0 được gọi là số thực, và viết là $a+0i = a \in \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.
- Số phức có phần thực bằng 0 được gọi là số thuần ảo (số ảo) : $z = 0+bi = bi (b \in \mathbb{R})$. Đặc biệt :
 $i = 0+1.i$
- Số $0 = 0+0i$ vừa là số thực vừa là số ảo.

3. Số phức bằng nhau : $a+bi = c+di \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases} \quad (a, b, c, d \in \mathbb{R})$

4. Modul của số phức: Modul của số phức $z = a+bi (a, b \in \mathbb{R})$ là số thực không âm :

$$|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

5. Số phức liên hợp : Số phức liên hợp của số phức $z = a+bi (a, b \in \mathbb{R})$ là : $\bar{z} = \overline{a+bi} = a-bi$.

Nhận xét:

- $\bar{\bar{z}} = z$
- $|z| = |\bar{z}|$
- $|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$
- Nếu z là số thực thì modul của z là giá trị tuyệt đối của số thực đó.
- $z = 0 \Leftrightarrow |z| = 0$.

II. Các phép toán trên tập hợp số phức.

Cho $z = a + bi$ và $z' = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$).

1. Phép cộng hai số phức : $z + z' = (a + c) + (b + d)i$.

Chú ý:

- Phép cộng hai số phức được thực hiện theo quy tắc cộng đa thức.
- Phép cộng các số phức có tất cả các tính chất của phép cộng các số thực :
 - Tính chất kết hợp : $(z + z') + z'' = z + (z' + z'')$
 - Tính chất giao hoán : $z + z' = z' + z$
 - Cộng với 0 : $z + 0 = 0 + z = z$
- Số đối của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là : $-z = -a - bi$

2. Phép trừ hai số phức : $z - z' = (a - c) + (b - d)i$

3. Phép nhân hai số phức : $z.z' = (ac - bd) + (ad + bc)i$

Nhận xét:

- $k.(a + bi) = ka + kbi$ ($a, b, k \in \mathbb{R}$)
- $0.z = 0$

Chú ý:

- Phép nhân hai số phức được thực hiện theo quy tắc nhân đa thức, rồi thay $i^2 = -1$ trong kết quả nhận được.
- Phép nhân các số phức có tất cả các tính chất của phép nhân các số thực :
 - Tính chất kết hợp : $(z.z').z'' = z.(z'.z'')$
 - Tính chất giao hoán : $z.z' = z'.z$
 - Nhân với 1 : $z.1 = 1.z = z$
 - Tính chất phân phối (của phép nhân đối với phép cộng): $z.(z' + z'') = z.z' + z.z''$

4. Phép chia 2 số phức:

a/Số nghịch đảo của số phức $z \neq 0$ là : $z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{|z|^2} \cdot \bar{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i$.

b/Phép chia 2 số phức : $\frac{z'}{z} = z' \cdot z^{-1} = \frac{z' \cdot \bar{z}}{|z|^2} = \frac{c + bd}{a^2 + b^2} + \frac{ad - bc}{a^2 + b^2}i$.

5. Tính chất :

- $|z \cdot z'| = |z'| \cdot |z|$
- $\left| \frac{z'}{z} \right| = \frac{|z'|}{|z|} (z \neq 0)$
- $\overline{z \pm z'} = \bar{z} \pm \bar{z}'$
- $\overline{z \cdot z'} = \bar{z} \cdot \bar{z}'$
- $\overline{\left(\frac{z'}{z} \right)} = \frac{\bar{z}'}{\bar{z}} (z \neq 0)$
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}$
- z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$

III. Biểu diễn hình học của số phức :

Mỗi số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(a, b)$ trong mặt phẳng phức Oxy. Khi đó số phức z cũng được biểu diễn bởi vectơ $\overrightarrow{OM}$, hoặc vectơ $\vec{u} = (a; b)$.

Nhận xét :

- Gốc tọa độ O biểu diễn số 0. Các điểm trên trục Ox biểu diễn số thực. Các điểm trên trục Oy biểu diễn số ảo.
- Nếu M, M' theo thứ tự biểu diễn các số phức z, z' thì : $\overrightarrow{MM'}$ biểu diễn số phức $z' - z$
 .Trung điểm đoạn thẳng MM' biểu diễn số phức $\frac{1}{2}(z' + z)$.
- Nếu $\vec{u}; \vec{u'}$ theo thứ tự biểu diễn các số phức z, z' thì : $\vec{u} \pm \vec{u'}$ biểu diễn số phức $z \pm z'$.
- Các điểm biểu diễn $z, \bar{z}$ đối xứng nhau qua trục Ox.

Các biểu diễn thường gặp: Gọi A, B, M lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z .Khi đó :

a/ $|z| = OM$

b/ $|z_1 - z_2| = AB$

c/ $z - z_1 = k(z - z_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow M, A, B$ thẳng hàng ($k \in \mathbb{R}$) .

d/ $|z_1 - z| = r (r > 0)$ thì tập hợp điểm M là đường tròn (A, r) .

e/ $|z_1 - z| \leq r (r > 0)$ thì tập hợp điểm M là hình tròn (A, r) .

f/ $|z - z_1| = |z - z_2| \Leftrightarrow MA = MB$ thì tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

g/ $|z - z_1| + |z - z_2| = 2a \Leftrightarrow MA + MB = 2a (a > 0)$ thì tập hợp điểm M là :

- Đoạn thẳng AB nếu $2a = AB$.
- Elip nhận 2 điểm A, B làm 2 tiêu điểm với độ dài trục lớn $2a$ nếu $2a > AB$.

h/ Công thức trung tuyến : $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$

i/ Bất đẳng thức số phức (BĐT tam giác) : $\|z| - |z'|\| \stackrel{(1)}{\leq} |z + z'| \stackrel{(2)}{\leq} |z| + |z'|$

- Dấu “=” (1) xảy ra $\Leftrightarrow z = kz'; k \leq 0$.
- Dấu “=” (2) xảy ra $\Leftrightarrow z = kz'; k \geq 0$.

Chuyên đề: PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC

I. Định nghĩa căn bậc hai của số thực:

1. Định nghĩa : Số phức z là một căn bậc hai của số phức $w \Leftrightarrow z^2 = w$.

2. Căn bậc hai của số thực :

- Số 0 có đúng một căn bậc hai là 0.
- Số thực dương a có hai căn bậc hai là $\sqrt{a}; -\sqrt{a}$.

- Số thực âm a có hai căn bậc hai là $i\sqrt{-a}; -i\sqrt{-a}$.

Nhận xét : Mỗi số phức khác 0 có 2 căn bậc hai là hai số đối nhau (khác 0).

II. Phương trình bậc hai với hệ số thực :

Cho phương trình bậc hai : $Az^2 + Bz + C = 0$ với $A, B, C \in \mathbb{R}, A \neq 0$

1. Cách giải : Tính $\Delta = B^2 - 4AC$

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép : $z = -\frac{B}{2A}$.
- Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt là : $z_1 = \frac{-B + \delta}{2A}, z_2 = \frac{-B - \delta}{2A}$, trong đó δ là một căn bậc hai của Δ .

2. Nhận xét:

- Trên tập hợp số phức, mọi phương trình bậc hai đều có hai nghiệm (không nhất thiết phân biệt).
- Tổng quát, mọi phương trình bậc $n (n \geq 1)$ đều có n nghiệm phức (không nhất thiết phân biệt).

Bài tập rèn luyện : SGK 12

Chuyên đề : PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

I. Phương trình đường thẳng:

Vecto $\vec{a} \neq \vec{0}$ gọi là vecto chỉ phương của đường thẳng d nếu giá của vecto song song hoặc trùng đường thẳng d . Cho đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm vecto chỉ phương.

- Phương trình tham số d :
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$
- Phương trình chính tắc d : $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$ với $a_1.a_2.a_3 \neq 0$

II. Phương trình giao tuyến của 2 mặt phẳng: Cho 2 mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ và $(\beta) :$

$A'x + B'y + C'z + D' = 0$ cắt nhau theo giao tuyến d .

Cách 1:

- Tìm tọa độ 1 điểm M thuộc d : $M(x; y; z)$ thỏa
$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$$
- Tìm 1 vecto chỉ phương của d : $\vec{a}_d = [\vec{n}_{(\alpha)}; \vec{n}_{(\beta)}]$

Cách 2: Tìm tọa độ 2 điểm M, N thuộc d . Viết phương trình đường thẳng MN .

Cách 3: Cho $z = t$ rồi tìm x, y theo t .

III. Vị trí tương đối của 2 đường thẳng.

Cho đường thẳng d đi qua điểm A và có vecto chỉ phương $\vec{a}$, đường thẳng d' đi qua điểm B và có vecto chỉ phương $\vec{b}$.

- d trùng $d' \Leftrightarrow \vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ và $A \in d' \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}, \vec{AB}$ đôi một cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}; \vec{b}] = [\vec{a}; \vec{AB}] = \vec{0}$.

- $d // d' \Leftrightarrow \vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ và $A \notin d' \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng phương và $\vec{a}, \overrightarrow{AB}$ không cùng phương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}; \vec{b}] = \vec{0} \\ [\vec{a}; \overrightarrow{AB}] \neq \vec{0} \end{cases}$$

- d cắt $d' \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương và $\vec{a}, \vec{b}, \overrightarrow{AB}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{a}; \vec{b}] \neq \vec{0} \\ [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases}$
- d chéo $d' \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}, \overrightarrow{AB}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \overrightarrow{AB} \neq 0$

Chú ý : Có thể xét vị trí tương đối của 2 đường thẳng bằng cách giải hệ phương trình của 2 đường thẳng, dựa vào số nghiệm để kết luận vị trí tương đối.

- Hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì hai đường thẳng cắt nhau.
- Hệ phương trình có vô số nghiệm thì hai đường thẳng trùng nhau.
- Hệ phương trình **vô nghiệm** và 2 vecto **chỉ phương cùng phương** thì 2 đường thẳng **song song**.
- Hệ phương trình vô nghiệm và 2 vecto chỉ phương không cùng phương thì 2 đường thẳng chéo nhau.

IV. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng :

Cho đường thẳng d đi qua điểm A và có vecto chỉ phương $\vec{a}$, mặt phẳng (α) có vecto pháp tuyến $\vec{n}$.

- d cắt $(\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{n} \neq 0$: có 1 giao điểm
- $d // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ A \notin (\alpha) \end{cases}$: không có giao điểm
- $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ A \in (\alpha) \end{cases}$: có vô số điểm chung

Chú ý : Có thể xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng bằng cách giải hệ phương trình của đường thẳng và mặt phẳng, dựa vào số nghiệm để kết luận vị trí tương đối.

V. Khoảng cách ;

1.Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng :

Cho điểm A, đường thẳng d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{a}$:

$$d(A, d) = \frac{|\vec{a}, \vec{MA}|}{|\vec{a}|}$$

Chú ý: Nếu H là hình chiếu vuông góc của M lên d. Độ dài MH chính là khoảng cách cần tìm.

2.Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau :

Cho đường thẳng d đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{a}$, đường thẳng d' đi qua điểm B và có

vectơ chỉ phương $\vec{b}$:

$$d(d, d') = \frac{|\vec{a}, \vec{b}, \vec{AB}|}{|\vec{a}, \vec{b}|}$$

Chú ý : Có thể xác định A trên d và B trên d' sao cho AB cùng vuông góc với cả d và d'. Khi đó AB là đoạn vuông góc chung cũng là khoảng cách giữa 2 đường d và d'.

VI.Góc:

1.Góc giữa hai đường thẳng:

Cho đường thẳng d vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, đường thẳng d' có vectơ chỉ phương

$\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Gọi φ là góc giữa 2 đường thẳng d và d' ($0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$)

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{a}, \vec{b})| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{|a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

2.Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng :

Cho đường thẳng d vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a; b; c)$, mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$

.Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) ($0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$).

$$\sin \varphi = |\cos(\vec{a}, \vec{n})| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Bài tập rèn luyện : SGK 12

PHỤ LỤC 2

PHIẾU TỔNG HỢP CÂU HỎI – THẮC MẮC CỦA HỌC SINH TRONG QUÁ TRÌNH TỰ HỌC

Trường THPT Nguyễn Tất Thành

Lớp 12A....

Họ và tên học sinh :

Bài	Nội dung học tập	Câu hỏi của học sinh
Chuyên đề : Số phức – Phương trình bậc hai hệ số thực		
Chuyên đề : Phương trình đường thẳng		

